2025年高三年级第一次适应性检测

数学试题

2025．03

本试卷共4页，19题．全卷满分150分．考试用时120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．抛物线$y^2=4x$的焦点坐标为

A．$(-1,0)$　　B．$(1,0)$　　C．$(0,-1)$　　D．$(0,1)$

2．若$(1+2\mathbf{i})z=5$，则$z\cdot\overline{z}=$

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

3．若样本数据 $1,x_1,x_2,\cdots,x_9$的平均数为1，方差为2，则数据$x_1,x_2,\cdots,x_9$相对于原数据

A．平均数变小　　B．平均数变大　　C．方差变小　　D．方差变大

4．近年来，家用冰箱使用的氟化物的释放等破坏了臭氧层，臭氧含量Q与时间t（单位：年）的关系为$Q=Q_0\mathrm{e}^{-\frac{t}{400}}$，其中$Q_0$是臭氧的初始含量．臭氧消失一半所需要的时间约为（$\ln 2\approx 0.693$，精确到1年）

A．265年　　B．266年　　C．276年　　D．277年

5．已知$\vec{a}=(1,1)$，$\vec{b}=(1,-2)$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为

A．$(-\frac{1}{5},\frac{2}{5})$　　B．$(\frac{1}{5},\frac{2}{5})$　　C．$(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5})$　　D．$(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5})$

6．设U是全集，则“存在集合C，使得$A\subseteq C$，$B\subseteq \complement_U C$”是“$A\cap B=\varnothing$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7. 在平面直角坐标系中，动点 A 在以原点为圆心，1为半径的圆上，以 $2\,\text{rad}/\text{s}$ 的角速度按逆时针方向做匀速圆周运动；动点 B 在以原点为圆心，2为半径的圆上，以 $1\,\text{rad}/\text{s}$ 的角速度按逆时针方向做匀速圆周运动. A,B 分别以 $A_0(0,1)$，$B_0(2,0)$ 为起点同时开始运动，经过 t s后，动点 A,B 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，则 y_1+x_2 的最小值为

A. -3　　B. -2　　C. $-\dfrac{3}{2}$　　D. -1

8. 设 x_n 是关于 x 的方程 $x^2+\log_{n+1}x^n=n^2+3n$ 的实数根. 记 $a_n=[\dfrac{x_n}{2}]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_{2025}=$

A. 1012^2　　B. 1012×1013

C. 1013^2　　D. 1013×1014

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，E 为 AC 的中点，点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in[0,1]$，则

A. 当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，$EP\,//\,AB$　　B. 当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，$EP\perp A_1C_1$

C. 存在 λ，使得 $A_1E\,//\,C_1P$　　D. 存在 λ，使得 $EP\perp$ 平面 A_1ACC_1

10. 已知狄利克雷函数 $D(x)=\begin{cases}1, x\in\mathbf{Q},\\0, x\notin\mathbf{Q}.\end{cases}$ 设函数 $f(x)=D(x)\cdot\sin\pi x$，则

A. $f(x)$ 是奇函数

B. $f(x)$ 是周期函数

C. $f(x)$ 的值域是 $[-1,1]$

D. $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上的有理数零点恰有3个

11. 在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，直线 l_1,l_2 的方程分别为 $y=x, y=-x$，过点 P 作 l_1,l_2 的垂线，垂足分别为 A,B，四边形 $OAPB$ 的面积为1，点 P 的轨迹为曲线 C. 则

A. 圆 $O: x^2+y^2=2$ 与 C 没有公共点

B. 曲线 $y=x+\dfrac{1}{x}$ 与 C 没有公共点

C. C 上存在三点 E,F,G，使得 $\triangle EFG$ 为等边三角形

D. C 在点 P 处的切线与 l_1,l_2 分别交于 M,N 两点，则 $\triangle OMN$ 的面积为定值

三、填空题：本题共 3 个小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 在$(x^2-\frac{1}{x})^6$的展开式中，常数项为________（用数字作答）.

13. 已知函数$f(x)=|\ln x|$图象的两条切线相互垂直，并分别交y轴于A,B两点，则

$|AB|=$________.

14. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C对边分别为a,b,c，BC边上的高为h，$h=b+c-a$，

则$\sin A$的最小值为________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. （13分）

为了调查某地区高中学生对于体育运动的爱好程度，随机调查了该地区部分学生的日均运动时间. 在被调查的学生中，女生占40%，女生中有65%的人日均运动时间大于1小时，男生中有90%的人日均运动时间大于1小时.

（1）在被调查的学生中任选1人，若此人日均运动时间大于1小时，求此人为男生的概率；

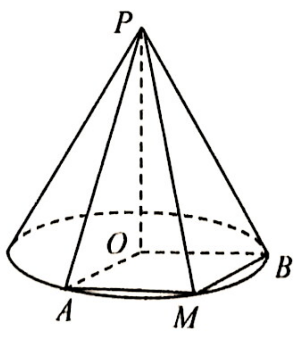
（2）用频率估计概率，从该地区的高中生中随机抽取4人，求日均运动时间大于1小时的人数ξ的期望和方差.

16. （15分）

如图，P为圆锥的顶点，O是圆锥底面的圆心，OA,OB是底面半径，$\angle AOB=120°$，M为劣弧$\overset{\frown}{AB}$上的动点.

（1）若M为劣弧$\overset{\frown}{AB}$的中点，证明：OA//平面PMB；

（2）若圆锥底面半径为1，体积为$\frac{2}{3}\pi$，当四边形$OAMB$面积最大时，求平面APM与平面BPM夹角的余弦值.



17. （15分）

已知函数$f(x)=ax-\sin x, x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.

（1）当$a=\frac{1}{2}$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)$有两个极值点，记极大值和极小值分别为M,m，证明：$M-m<2$.

18. （17分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，短轴长为$2\sqrt{3}$，离心率为$\frac{1}{2}$.

（1）求C的方程；

（2）记C的左顶点为A，直线l与C交于P,Q两点，直线AP,AQ的斜率之积为$-\frac{1}{4}$.

（ⅰ）证明：直线l过定点；

（ⅱ）若P在x轴上方，直线PF_1与圆$M:(x+1)^2+y^2=16$交于点B，点B在x轴上方. 是否存在点P，使得$\triangle PBF_2$与$\triangle QF_1F_2$的面积之比为$3:5$?若存在，求出点P坐标；若不存在，说明理由.

19. （17分）

若数列$\{a_n\}$满足：①$a_n\in\mathrm{N}^*$；②$a_{n+1}>a_n$；③当整数$k\neq 0$时，存在正整数m及$b_1,b_2,\cdots,b_m\in\{-1,1\}$，使得$k=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_mb_m$；④对于任意正整数$m$及$b_1,b_2,\cdots,b_m\in\{-1,1\}$，都有$a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_mb_m\neq 0$. 则称数列$\{a_n\}$“非零可表”.

（1）若数列$\{a_n\}$满足$a_n=n$，判断$\{a_n\}$是否“非零可表”，并说明理由；

（2）若数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=n+\sum_{i=1}^{n}a_i$，证明：数列$\{a_n\}$“非零可表”；

（3）证明：存在满足$a_n>M^n(M>2)$的数列$\{a_n\}$“非零可表”.